Séquence « Thème 2 : Modèle d'évolution »

Exercice 2 : Introduction 1

Un grand-père dépose dans une tirelire 90 euros le jour de la naissance de sa petite-fille. Economisant 10 euros par mois, il décide qu'il versera à chaque anniversaire 120 euros dans la tirelire. On note T_n (où $n \in \mathbb{N}$) la somme contenue dans la tirelire lorsque la petite-fille fête ses n ans. Ainsi, $T_0 = 90$.

1. Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n.
2. Quelle est la nature de la suite (T_n) ? En déduire T_n en fonction de n.
3. Quel est le rôle de l'algorithme ci-contre ?

```python
def suiteT(T0,versement,n):
    T = T0
    for i in range (n) :
        T = T + versement
    return T
```

4. L'UFC-Que Choisir avait réalisé une enquête en juin 2016 auprès de 1374 auto-écoles (les données concernaient le coût complet de la formation sur la base de 35 heures de conduite).

D'après le tableau publié alors, le grand-père aura-t-il suffisamment économisé pour offrir à sa petite-fille son permis de conduire ?

DÉPARTEMENTS OÙ PASSER SON PERMIS REVIENT LE MOINS CHER			DÉPARTEMENTS OÙ PASSER SON PERMIS REVIENT LE PLUS CHER		
1er	Territoire de Belfort	1468 €	1er	Paris	2140 €
2e	Nord	1484 €	2e	Haute-Savoie	2129 €
3e	Nouvelle-Calédonie (collectivité d'outre-mer)	1551 €	3e	Yvelines	2104 €
4e	Gard	1578 €	4e	Hauts-de-Seine	2055 €
5e	Pyrénées-Orientales	1589 €	5e	Essonne	2042 €

COÛT NATIONAL MOYEN : 1804 €

5. Simuler, à l'aide d'un algorithme, divers versements initiaux ou annuels pour que la petite-fille puisse passer son permis selon son département.

Exercice 6 : Introduction 2

Le livret A est un compte d'épargne rémunéré dont les fonds sont disponibles à tout moment. Le taux d'intérêt annuel du Livret A est de 0,50 % depuis le 1er février 2020. Les intérêts sont calculés le 1er et le 16 de chaque mois. Au 31 décembre de chaque année, les intérêts cumulés sur l'année s'ajoutent au capital. L'ajout des intérêts au 31 décembre peut porter la valeur du livret au-delà du plafond pour un particulier qui est de 22 950 €. (sources: https://www.service-public.fr/particuliers/vosdroits/F2365)

Etudions ce placement en simplifiant la situation:

On note K_0 le versement initial sur le livret A, le 1er janvier 2021. On note K_n l'argent disponible sur le livret A après n années de placement, c'est-à-dire le 1er janvier 2021+n. On considère que le placement est à intérêts composés, au taux annuel de 0,5% : les intérêts sont calculés sur le capital disponible le 31 décembre, et ajoutés à ce même capital le lendemain (1er janvier de l'année suivante).

Scrooge dépose 50 euros le 1er janvier 2021 sur un livret A.

1. Que vaut K_0 ? Calculer K_1 et K_2 puis interpréter ces résultats. Calculer K_3.
2. Exprimer K_{n+1} en fonction de K_n . Quelle est la nature de la suite (K_n) ? En déduire K_n en fonction de n.
3. Ecrire un algorithme qui aurait pour entrées le placement initial, le taux d'intérêt (sous forme décimale) et la durée de placement, et qui renverrait le capital disponible dans ces conditions de placement.
4. Combien d'années sont-elles nécessaires pour que Scrooge atteigne le plafond du livret A ?

Evaluations orales

Avant chaque thème, un groupe de quatre élèves présente oralement, sans ses notes, le rappel de cours (de Première Spécialité ou de Seconde) contenant les prérequis à ce thème ou montrant qu'on peut aborder un même thème sous différents angles (2ème exemple ci-dessous). Les rappels de cours sont disponibles dans les manuels disponibles au CDI et dans le cahier de cours de l'an passé précieusement conservé.
Intérêts: comme le groupe est composé de quatre élèves et comme le contenu théorique à rappeler est ciblé, chaque élève a peu d'éléments à mémoriser et à restituer (les consignes données aux élèves illustrent la répartition de tâches); ceci constitue un entrainement à la prise de parole (en vue du Grand Oral) sans consultation de ses notes; les élèves apprennent à dessiner un schéma au tableau tout en l'expliquant.
On conseille aux élèves de citer un petit exemple très simple (de la vie courante dans la mesure du possible) pour illustrer chacun de leurs rappels théoriques.

Quelques exemples:

Exercice 7 : A l'oral !

"Comment traduire le type d'évolution d'une grandeur en fonction d'une variable ?" : avant le thème Modèle d'évolution

- Dans le cas discret, comment se traduit une évolution linéaire ? *(suite arithmétique; définition par récurrence; allure des points)*
- Dans le cas discret, comment se traduit une évolution exponentielle ? *(suite géométrique; définition par récurrence; allure des points)*
- Dans le cas continu, comment se traduit une évolution linéaire ? *(fonction affine; propriété sur les accroissements; allure de la courbe)*
- Dans le cas continu, comment se traduit une évolution exponentielle ? *(fonction de type $x \mapsto \mathrm{e}^{\lambda . x}$; allure de la courbe)*

Contextes qui pourraient être cités: intérêts simples et composés ; recette issue d'une vente ; élimination d'un médicament.

Exercice 3: ***Radioactivité***

90 Carbone 14

Les organismes vivants contiennent naturellement du carbone 14 (élément radioactif) provenant des rayons cosmiques, qui est constamment renouvelé et qui se maintient à la valeur de 15,3 unités. À leur mort, l'assimilation cesse et le carbone 14 présent se désintègre. On note $f(t)$ la concentration en carbone 14 présent dans un organisme à l'instant t après sa mort (t exprimé en milliers d'années).

A ▶ On admet que f est une solution sur $[0\,;+\infty[$ de l'équation différentielle $y' = -0{,}124y$ (E).

1. Résoudre l'équation différentielle (E).

2. Déterminer la solution f de (E) vérifiant la condition initiale $f(0) = 15{,}3$.

B ▶ On admet que la fonction f est définie par $f(t) = 15{,}3\mathrm{e}^{-0{,}124t}$ sur $[0\,;+\infty[$.

1. Déterminer les variations de f sur $[0\,;+\infty[$.

2. Déterminer la limite de f au voisinage de l'infini. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'énoncé.

C ▶ On rappelle que la fonction f donnée dans la partie **B** donne la concentration en carbone 14 dans un organisme après sa mort en fonction de t (en milliers d'années).

1. Des archéologues ont trouvé des fragments d'os présentant une concentration en carbone 14 égale à 7,27 unités. Justifier que l'on peut estimer l'âge de ces fragments d'os à 6 000 ans.

2. Lorsque la concentration en carbone 14 d'un organisme devient inférieure à 0,3 % de sa valeur initiale on ne peut pas dater raisonnablement à l'aide du carbone 14. Déterminer l'âge à partir duquel un organisme ne peut plus être daté à l'aide du carbone 14.

Exercice 5: *Questions flashs*

Calculer un terme (explicite)

Pour tout entier naturel n, $u_n=\sqrt{5n-1}$

Calculer u_{10}

1

Calculer un terme (récurrence)

$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

Calculer u_2

2

Variations

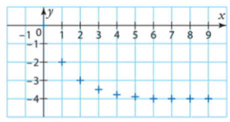
Pour tout entier naturel n, $u_n=3n-5$

Etudier la monotonie de la suite u

3

Limite

On a représenté ci-contre les termes successifs d'une suite v.
Conjecturer, si elle existe, la limite de la suite v.



4

Suite arithmétique

Pour tout entier naturel n, $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$

La suite u est-elle arithmétique? géométrique?

5

Raison

Pour tout entier naturel n, $u_0 = -2$; $u_{n+1} = u_n + 5$

Pour tout entier naturel n, $v_0 = 1$; $v_{n+1} = 3v_n$

Donner la nature, la raison et l'écriture explicite des suites u et v.

6

Exercice 1 : Arithmético-géométrique

En mars 2015, Max achète une plante verte mesurant 80 cm. On lui conseille de la tailler tous les ans, au mois de mars, en coupant un quart de sa hauteur. La plante poussera alors de 30 cm au cours des douze mois suivants.
Dès qu'il rentre chez lui, Max taille sa plante.

1. Quelle sera la hauteur de la plante en mars 2016 avant que Max ne la taille ?
2. Pour tout entier naturel n, on note h_n la hauteur de la plante, avant sa taille, en mars de l'année (2015+n).

   a) Justifier que, pour tout entier naturel n, $h_{n+1} = 0{,}75h_n + 30$.

   b) Conjecturer le sens de variation et la convergence de cette suite sur la calculatrice.

   c) A l'aide d'un algorithme de dépassement de seuil à rédiger, déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle les 119 cm sont dépassés ?

<u>Exercice 1 bis :</u> - Suites - Pour tous les candidats [5 points]
Claudine est une passionnée de lecture et est abonnée à l'hebdomadaire littéraire « la lecture ». Elle se rend une fois par semaine à la bibliothèque et elle demande ou non l'avis du bibliothécaire sur le livre mis en valeur dans cette revue. Son souhait de demander un avis change d'une semaine sur l'autre selon le plaisir qu'elle a eu à lire le livre et selon la pertinence du conseil donné par le bibliothécaire la semaine précédente. La première semaine, on suppose que la probabilité que Claudine demande un avis vaut 0,1.
Pour tout nombre entier n strictement positif, on note an la probabilité que Claudine demande un avis la n-ième semaine. On a ainsi a_1=0,1.
On admet que, pour tout nombre entier strictement positif n, on a : $a_{n+1} = 0{,}5a_n + 0{,}4$

1) Calculer la probabilité a_2 que Claudine demande un avis la deuxième semaine.
2) Pour tout nombre entier strictement positif n, on définit la suite (v_n) par : $v_n = u_n - 0{,}8$
   a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,5. Préciser son premier terme v_1.
   b) Montrer que pour tout nombre entier strictement positifs, on a : $a_n = 0{,}8 - 0{,}7 \times 0{,}5^{n-1}$
   c) Déterminer la limite de la suite (v_n).
   d) En déduire la limite de la suite (a_n). Interpréter ce résultat.

<u>Exercice 4 : Evaluations écrites</u>

individuelles, après le thème Modèle d'évolution

exercice

D'après l'étude du nombre de bactéries du type coliforme dans un litre d'une culture liquide en contenant initialement 150, on a constaté que le nombre de bactéries augmentait approximativement de 3,5% chaque minute, mais également qu'une bactérie était détruite.

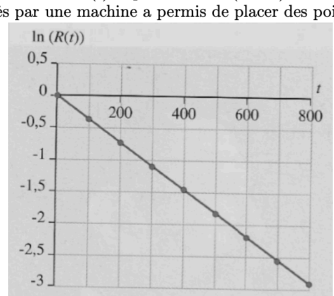
1. Justifier que 154,25 bactéries sont vivantes au bout d'une minute, selon ce modèle. Combien de bactéries vivantes compte-t-on au bout de deux minutes ?
2. On désigne par b_n le nombre de bactéries vivantes au bout de n minutes, exprimer b_{n+1} en fonction de b_n .
3. On pose, pour tout entier naturel n, $u_n = b_n - \frac{1}{0{,}035}$.
   (a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison $1,035$ et de premier terme $\frac{4{,}25}{0{,}035}$. Exprimer alors u_n en fonction de n.
   (b) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a $b_n = \frac{4{,}25}{0{,}035} \times 1,035^n + \frac{1}{0{,}035}$.
4. Combien de bactéries vivent encore au bout d'une heure ?
5. Au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il doublé ?
6. Quelle est la limite de la suite (b_n) ? Est-il judicieux d'interpréter cette limite ?
7. Lors d'un autre étude, l'expérience s'est déroulée dans de mauvaises conditions et on a constaté que ce n'est plus une bactérie qui était détruite, mais sept bactéries.
   (a) Si on désigne par d_n le nombre de bactéries vivantes présentes au bout de n minutes, exprimer d_{n+1} en fonction de d_n .
   (b) Représenter graphiquement (à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur) la suite (d_n). Conjecturer le sens de variation de cette suite.
   (c) Proposer un algorithme qui détermine au bout de combien de temps la population de bactéries aura complètement disparu.

<u>Remarque : L'évaluation peut être faite en groupes.</u>

en groupes, après le thème Temps d'attente

exercice

La variable aléatoire T associe, à tout constituant d'un appareil, sa durée de vie en jours. Pour t positif ou nul, on note alors $R(t)$ la probabilité $P(T > t)$. L'étude des temps de bon fonctionnement d'un lot de constituants fabriqués par une machine a permis de placer des points de coordonnées $(t_i; \ln(R(t_i))$ sur un graphique:



1. Pourquoi la loi de T est-elle une loi de durée de vie sans vieillissement ?
2. Donner l'expression de $R(t)$ en fonction de t.
3. Quelle est la probabilité qu'un constituant fonctionne plus de cent jours ?
4. Quelle est la probabilité qu'un constituant fonctionne plus de deux ans, sachant qu'il fonctionne depuis un an déjà ?

Le choix de proposer cette évaluation en groupes s'explique par le fait que les questions 1 et 2 ne sont pas classiques.

Evaluations orales

D’autres évaluations orales peuvent être proposées à tout moment dans le thème.

Autres exemples d’évaluations orales dans d’autres thèmes dans la configuration présentée

“Comment manipuler les arbres pondérés ?” : avant le thème Inférence Bayesienne

- Qu’est-ce qu’une partition de l’univers, dans le cadre d’une expérience aléatoire ?
- Comment compléter les probabilités sur chaque branche d’un arbre pondéré ?
- Comment calculer la probabilité d’un chemin sur un arbre pondéré ?
- Quelle est l’utilité de la formule des probabilités totales ?

Contexte qui pourrait être cité: au réfectoire, un lycéen choisit une entrée parmi trois proposées et un plat principal parmi deux.

“Quelle est la différence entre évènements incompatibles et évènements indépendants ? : avant le thème Corrélation et causalité

- Dans quel cas deux évènements sont-ils incompatibles ? indépendants ? *(définitions)*
- Comment se traduisent ces deux adjectifs dans les calculs de probabilités ? *(propriétés* $p(B \cap C) = 0$ *et* $p(A \cap B) = p(A).p(B)$ *)*
- Quels schémas illustrent ces deux adjectifs ? *(diagramme de Venn et arbre pondéré)*
- Dans quel cas ces informations sont-elles utiles ? *(calculer* $p(B \cup C)$ *et calculer* $p_A(B)$ *)*

Contextes qui pourraient être cités: choix d’un lycéen en Terminale ; A: “être une fille” , B: “suivre l’enseignement de spécialité NSI” , C: “suivre l’enseignement technologique Management”

BLOC 1 : Dynamique de population

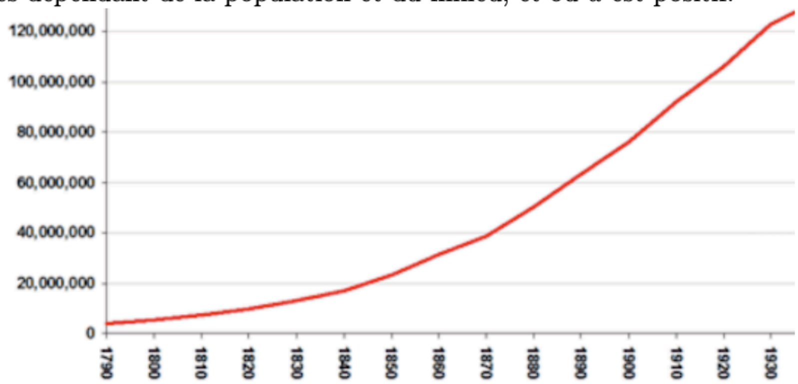
dynamique de population n°1: modèle continu et équation différentielle du type y' = ay+b

Un laboratoire de recherche étudie l'évolution d'une population animale qui semble en voie de disparition. En 2009, une étude est effectuée sur un échantillon de cette population dont l'effectif initial est égal à 1000. Cet échantillon évolue et son effectif, exprimé en milliers d'individus, est approché par une fonction p du temps t où t est exprimé en années à partir de 2000. D'après le modèle d'évolution choisi, la fonction p est dérivable, strictement positive sur $\mathbb{R}^+$ et vérifie, pour tout t appartenant à $\mathbb{R}^+$, la relation $p'(t) = \frac{-1}{20} \times p(t) \times (3 - \ln(p(t)))$ notée $\mathcal{R}$.

1. Déterminer $p'(0)$.
2. Démontrer l'équivalence: une fonction p dérivable, strictement positive sur $\mathbb{R}^+$, vérifie la relation $\mathcal{R}$ si et seulement si $g = \ln(p)$ vérifie, pour tout t appartenant à $\mathbb{R}^+$, la relation $g'(t) = \frac{1}{20}g(t) - \frac{3}{20}$ notée $\mathcal{E}$.
3. Justifier que les seules fonctions vérifiant $\mathcal{E}$ sont de la forme $t \mapsto 3 + K.\mathrm{e}^{\frac{t}{20}}$ où K est un réel.
4. En déduire l'expression de p en fonction de t.
5. D'après ce modèle, au bout de combien d'années la population serait-elle inférieure à 20 individus ? Comment interpréter la limite de p en $+\infty$?

dynamique de population n° 2: modèle de Verhulst et convexité

Rejetant la loi de croissance exponentielle de Malthus comme loi d'évolution à long terme, Pierre-François Verhulst s'emploie à trouver en 1838 une formulation des obstacles susceptibles de freiner l'accroissement d'une population. Il modélise cette évolution par une fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $x \mapsto \frac{C}{1+\mathrm{e}^{-\mathrm{r(x-a)}}}$ où C et r sont des constantes positives dépendant de la population et du milieu, et où a est positif.



En observant l'évolution de la population aux Etats-Unis entre 1790 et 1930 (cf graphique), et en affectant le rang 0 à l'année 1790, on obtient $C = 197273000$; $r = 0,03134$; $a = 123,25$.

Ainsi on estime à $f(x)$ le nombre d'habitants en $1790 + x$.

1. Selon cette modélisation, en quelle année la croissance de la population ralentit-elle ?
2. Ce modèle était-il encore adapté sachant que la population des Etats-Unis était d'environ 189 323 000 habitants cette année-là ?

dynamique de population n° 3: modèle de Malthus et suites

En 1798, Malthus publie "An essay on the principle of population". Il y émet l'hypothèse que l'accroissement de la population, beaucoup plus rapide que celui des ressources alimentaires, conduira le monde à la famine. En 1800, la population de l'Angleterre était estimée à 8 millions d'habitants et l'agriculture anglaise pouvait nourrir 10 millions de personnes. Malthus suppose que la population augmentait d'environ 2% chaque année et que l'amélioration de l'agriculture permettrait de nourrir 500 000 personnes de plus chaque année .

Pour tout entier naturel n, on note P_n la population l'année $1800 + n$ et A_n le nombre de personnes que l'agriculture permet de nourrir cette même année .

1. Exprimer P_n en fonction de n. D'après le modèle de Malthus, qu'elle aurait été la population en 1900 ?
2. Exprimer A_n en fonction de n. Combien de personnes l'agriculture aurait-elle pu nourrir en 1900 selon ses prévisions ?
3. A l'aide d'un algorithme, déterminer en quelle année la situation devait devenir critique selon le modèle de Malthus.

BLOC 2 «Tumeur »

Un cancer débute par la production d'une cellule cancéreuse. Au cours du temps, cette cellule va produire un ensemble de cellules-filles appelé tumeur. On observe que le temps T de doublement d'une cellule cancéreuse (c'est-à-dire de son nombre de cellules) est sensiblement constant et dépend du type de cancer. On souhaite disposer d'un moyen de prévoir à chaque date le nombre de cellules cancéreuses, T étant supposé connu d'après diverses observations cliniques.

partie 1

On s'intéresse à une tumeur pour laquelle $T = 15$ jours et pouvant être détectée par palpation. Soit u_n le nombre de cellules cancéreuses au bout de n temps de doublement.

1. Justifier que pour tout entier naturel n on a $u_n = 2^n$.

2. a) La plus petite tumeur détectable par palpation est composée d'au moins 10^9 cellules. On dit que cette tumeur est détectable par palpation au bout de 30 fois le temps de doublement. Justifier cette affirmation.
b) A combien de semaines après l'apparition de la première cellule cela correspond-il ?

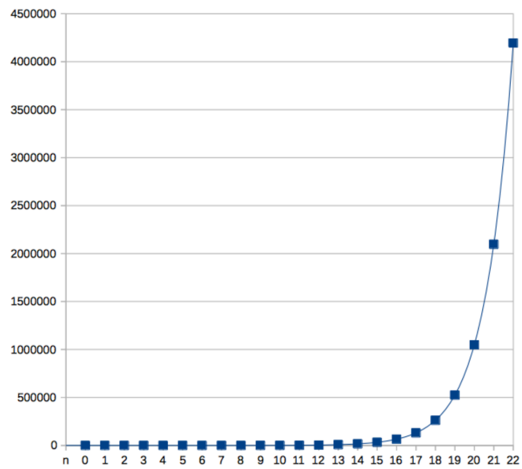
3. Un traitement chirurgical peut laisser un résidu tumoral de 10^3 cellules. On se demande combien de temps après le traitement prévoir un nouvel examen. On a représenté (annexe 1) les 23 premiers termes de la suite (u_n); un tableur propose une courbe de tendance qui a pour équation $y = \mathrm{e}^{0,693x}$.
a) Justifier que $2^n = \mathrm{e}^{n.\ln 2}$. Faire alors le lien avec la courbe de tendance proposée par le tableur.
b) On modélise ainsi la situation de façon continue par la fonction f définie pour x réel par $f(x) = \mathrm{e}^{x.\ln 2}$. Résoudre $f(x) \geq 10^6$ et en déduire combien de semaines après le traitement il faut prévoir un examen.

partie 2

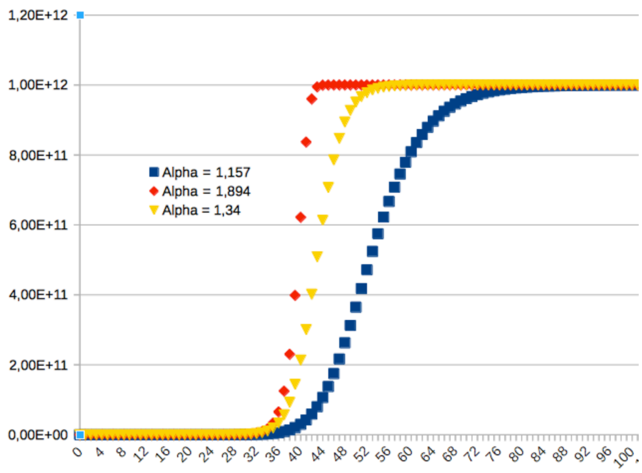
1. L'observation montre que la taille d'une tumeur humaine, après une phase de croissance, se stabilise autour d'une taille maximale d'environ 10^{12} cellules. Pourquoi le modèle exponentiel ne peut-il pas être conservé ?

2. On s'intéresse à l'évolution d'une tumeur par période de 15 jours. On note x_n le nombre de cellules cancéreuses au bout de $n \times 15$ jours et on considère le modèle suivant: $x_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, $x_{n+1} = 2.x_n - 10^{12}.\mathrm{e}^{\alpha.\ln(\frac{x_n}{10^{12}})}$ où α désigne une constante strictement supérieure à 1. On a représenté la suite (x_n) pour différentes valeurs de α (cf annexe 2). Quelles conjectures peut-on faire sur (x_n) ? Quelle semble être l'influence de α ? Comparer avec le modèle de la partie 1.

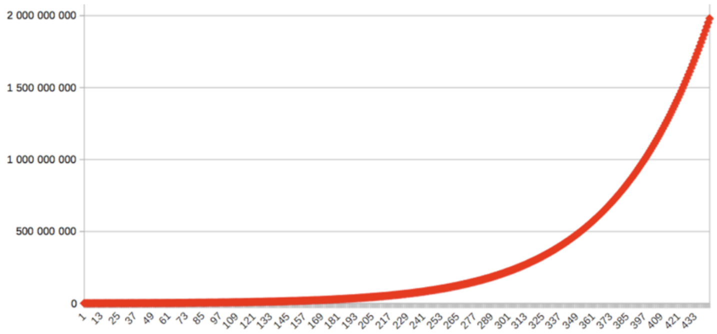
3. a) Un prélèvement de 1 mm^3, soit environ 10^6 cellules, a augmenté au bout de 15 jours de 20215 cellules. Calculer une valeur approchée de α à 10^{-4} près.
b) Ecrire un algorithme qui donne, pour un nombre N de cellules, le plus petit entier n_0 tel que $x_{n_0} \geq N$. Déterminer alors le temps caché de la tumeur considérée, c'est-à-dire le temps (en années et mois) nécessaire pour qu'elle soit formée de 10^9 cellules.



annexe 1



annexe 2



annexe 3

Bloc 3 : Radioactivité

exercice 1

Tout corps, lorsqu'il est en vie, contient du carbone 14, qu'il renouvelle et garde en proportion constante. A sa mort, la quantité de cet élément chimique décroît alors suivant la relation $\Delta N(t) = -1,21.10^{-4}.N(t).\Delta t$ où:

$N(t)$ est le nombre de noyaux radioactifs de carbone 14 à l'instant t (t représente le temps écoulé, en années, depuis la mort);

Δt est une durée d'étude (très petite dans la pratique);

$\Delta N(t)$ est la variation du nombre de noyaux radioactifs au cours de la durée Δt.

Lorsque le nombre de noyaux est très grand, on peut faire l'hypothèse que la fonction N est dérivable sur $\mathbb{R}^+$.

1. Justifier que la fonction N vérifie alors $N'(t) = -1,21.10^{-4} \times N(t)$.
2. Résoudre cette équation différentielle en prenant comme condition initiale $N(0) = N_0$ où N_0 est le nombre initial de noyaux radioactifs à l'instant $t = 0$.
3. La demi-vie de l'élément radioactif le temps au bout duquel le nombre de noyaux a diminué de moitié. Montrer que ce nombre vérifie l'équation $\mathrm{e}^{-1,21.10^{-4}.t} = \frac{1}{2}$.
4. Donner une valeur approchée, à l'année près, de la demi-vie du carbone 14.

exercice 2

Les organismes vivants contiennent naturellement l'élément radioactif carbone 14 (provenant des rayons cosmiques). Lorsqu'ils sont vivants, tous les organismes possèdent la même proportion de carbone 14 et, lorsqu'ils meurent, le taux de carbone 14 diminue de 1,21% par siècle. Soit N_0 la quantité de carbone 14 d'un organisme au moment de sa mort. Soit N_p la quantité de carbone 14 de cet organisme après p siècles.

1. Trouver une relation entre N_p et N_{p+1}. En déduire la nature de la suite (N_p). Exprimer alors N_p en fonction de p et N_0.
2. On a retrouvé un organisme ne contenant que 43,17 % de carbone 14. A quand remonte la mort de cet organisme ?
3. Quel pourcentage de carbone 14 reste-t-il dans un organisme mort depuis dix mille ans ?

exercice 3

On considère un noyaux radioactif. Sa durée de vie, en années, est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. a) Rappeler la densité de probabilité f de X ainsi que la fonction de répartition F de X.
   b) Soient t et h deux réels positifs. Calculer $p(t \leq X \leq t + h)$ et expliquer ce que représente ce nombre.
   c) Ce noyau radioactif n'est pas désintégré à l'instant t. Démontrer que la probabilité que ce noyau ne se désintègre pas entre les instants t et $t + h$ ne dépend pas de t.
2. On appelle demi-vie d'un élément radioactif la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux initialement présents sont désintégrés, c'est-à-dire le nombre T tel que $p(X \leq T) = \frac{1}{2}$. Exprimer en fonction de λ la demi-vie T d'un élément radioactif.
3. Les déchets radioactifs sont classés en plusieurs catégories. La première concerne les déchets de faible ou moyenne activité et de courte durée de vie (c'est-à-dire de demi-vie inférieure à 30 ans).
   a) Déterminer un minorant de λ.
   b) Ces déchets doivent être isolés de l'homme pendant la durée nécessaire pour que la probabilité qu'un noyau se désintègre soit supérieure à 99,9%. Déterminer ce nombre minimal d'années.
4. Lors de la catastrophe de Tchernobyl en 1986, vingt radionucléides ont été disséminés et, parmi eux, l'iode 131 (d'une demi-vie de 8 jours) et le césium 137 (d'une demi-vie de 30 ans).
   a) Les mesures actuelles effectuées sur l'iode 131 peuvent-elles être concluantes ?
   b) Même question pour le césium 137.