Liste de quelques exercices à consulter avant la JDI

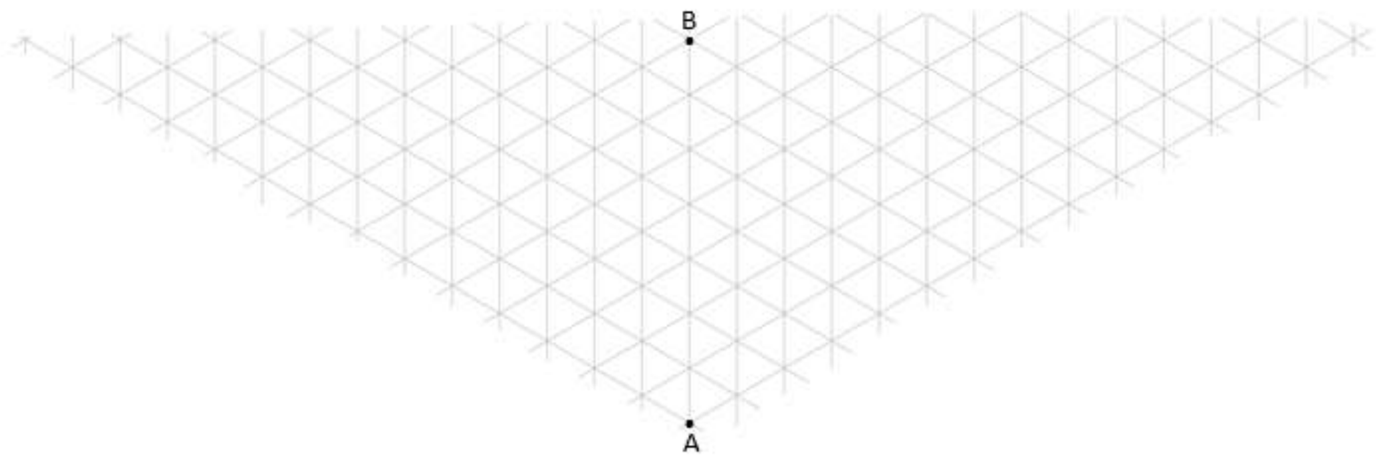
Exercice 1 : Code de carte bancaire et digicode

1. Un code de carte bancaire est composé de 4 chiffres non nécessairement distincts.
   Quel est le nombre de codes possibles ?

2. Le code d'un digicode est composé d'une lettre (A, B ou C) et de 4 chiffres. Par exemple : B4538 ou 61A09.
   a. Combien y a-t-il de codes commençant par la lettre A ?
   b. Combien y a-t-il de codes qui contiennent la lettre A ?
   c. Combien y a-t-il de codes commençant par la lettre A et qui contiennent exactement deux chiffres 3 ?

Exercice 2 :

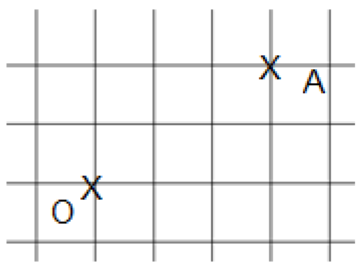
Un enfant situé au point A se déplace en direction du point B en suivant le quadrillage ci-dessous. Chacun de ses pas lui permet d'atteindre un des 3 nœuds voisins du quadrillage. Il décide de ne jamais aller tout droit. Chaque pas en direction du point B est effectué de façon équiprobable soit vers la droite soit vers la gauche.



Déterminer la probabilité qu'après 14 pas l'enfant arrive en B.

Exercice 3 :

Un robot est positionné au point O. Il peut se déplacer uniquement sur le quadrillage vers la droite ou vers le haut. Une étape de déplacement correspond à un carreau.

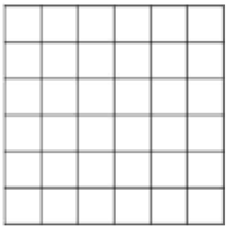


1) En 5 étapes, combien de chemins permettent d'aboutir au point A ?

2) Quelle est la probabilité que le robot arrive en A ?

Exercice 4 :

Quadrillage **6×6**



On affiche des images à partir du quadrillage ci-contre de taille 6×6 dont chaque case colorée en rouge, vert ou bleu représente un pixel.

Dire si l'affirmation suivante est vraie ou fausse : « on peut afficher plus de mille milliards d'images différentes comprenant exactement 10 pixels rouges » ?

Exercice 5 :

A Manhattan, les routes forment un quadrillage à angle droit. Les avenues sont les lignes verticales et les rues les lignes horizontales du plan.

Manhattan peut ainsi être modélisé par un quadrillage régulier où chaque point est l'intersection d'une avenue et d'une rue et est relié à chacun de ses 4 voisins par un segment de longueur 1.

Un adolescent, situé au point B (son lycée) et orienté vers le bas, veut rentrer chez lui (point M, maison). Il parcourt au total un chemin de longueur 5, en tournant, à chaque intersection, de manière équiprobable à gauche ou à droite.

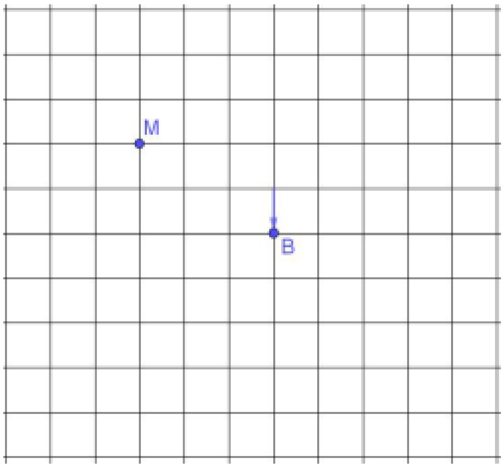
1) Quelle est la probabilité que l'adolescent repasse sur le point B ?

Aide : Combien de chemins différents peut-il prendre ?

2) Déterminer un chemin permettant à l'adolescent de rentrer chez lui. *On admet momentanément l'unicité de ce chemin.*

3) Quelle est la probabilité que l'adolescent rentre chez lui ?

4) Sachant qu'il a tourné au moins deux fois à gauche, quelle est la probabilité que l'adolescent soit rentré chez lui ?



Exercice 6 :

« Dans l'affaire « États-Unis contre Tucker », en 1983, 35 jurés furent présélectionnés pour constituer le jury, parmi lesquels 4 Noirs.

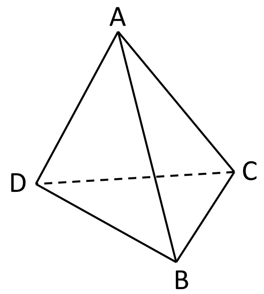
Chaque camp peut écarter 7 jurés et, parmi les 7 choisis par le gouvernement des États-Unis figurèrent les 4 Noirs. Accusé de discrimination, le procureur se défendit en affirmant qu'il « désirait des jurés ayant fait des études supérieures et que la couleur de la peau n'était en aucune manière intervenue pour motiver les récusations ». En considérant les 35 présélectionnés, il apparait que 18 n'ont pas fait d'études supérieures dont les 4 Noirs. »

(D'après H. Zeilel et D. Kaye *Prove it with Figures*)

[Extrait de Math'x 2nde 2019 (page 249)]

Exercice 7 : Déplacement d'une fourmi sur les arêtes d'un tétraèdre

Une fourmi parcourt les arêtes d'un tétraèdre régulier ABCD **en partant du sommet A**. Elle met une minute pour parcourir une arête. Arrivée à un sommet, elle dispose de 4 choix équiprobables : elle choisit de rester une minute sur le sommet sur lequel elle se trouve ou elle choisit d'emprunter l'une des trois arêtes issues de ce sommet pour rejoindre un autre sommet.



1. Calculer la probabilité que la fourmi ne passe jamais par le sommet B pendant 5 minutes.
2. Calculer la probabilité que la fourmi choisisse exactement deux fois le sommet C pendant 5 minutes.
3. Désormais, la fourmi ne peut plus rester une minute sur le sommet sur lequel elle se trouve. Dès qu'elle arrive sur un sommet, elle choisit de façon équiprobable l'une des trois arêtes issues de ce sommet pour rejoindre un autre sommet.

   Calculer la probabilité que la fourmi soit passée par les 4 sommets du tétraèdre au bout de 3 minutes.