STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

ATELIER

CONSTATS

- HÉTÉROGÉNÉITÉ DES ÉLÈVES (LACUNES, FAIBLES PERFORMANCES EN CALCUL, DÉFAUT DE FAITS MÉMORISÉS…),

- NÉCESSITÉ DE SE PLACER DANS LA PERSPECTIVE D’UNE POURSUITE D’ÉTUDE AVEC DES CHOIX TRÈS DIFFÉRENTS D’ORIENTATION D’UN ÉLÈVE À L’AUTRE…

- DES ENSEIGNEMENTS QUI PEUVENT REDEVENIR HYBRIDE…

→ VARIER LES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

QUELQUES STRATÉGIES PÉDAGOGIQUES

- TRAVAIL DE/À L'ORAL
- TRAVAIL INDIVIDUEL/GROUPE OU TEMPS COLLECTIFS
- QUESTIONS FLASHS : DIAGNOSTIC, DÉVELOPPEMENT DES AUTOMATISMES, ÉTAYAGE, ANTICIPATION
- DIFFÉRENCIATION
- CLASSE INVERSÉE
- ENSEIGNEMENT EXPLICITE

LA DIFFÉRENCIATION

« LA DIFFÉRENCIATION PÉDAGOGIQUE CONSISTE À METTRE EN ŒUVRE **UN ENSEMBLE DIVERSIFIÉ DE MOYENS ET DE PROCÉDURES D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE** POUR PERMETTRE À DES ÉLÈVES **D'APTITUDES ET DE BESOINS DIFFÉRENTS** D'ATTEINDRE, PAR DES VOIES DIFFÉRENTES, DES OBJECTIFS COMMUNS. »

IL S'AGIT D'UNE RÉPONSE À L'HÉTÉROGÉNÉITÉ DES ÉLÈVES.

LA DIFFÉRENCIATION

ON DISTINGUE 4 DISPOSITIFS DE DIFFÉRENCIATION.

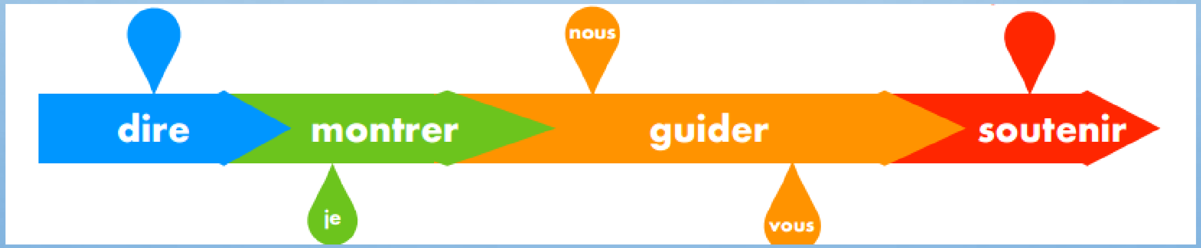
ON PEUT DIFFÉRENCIER :

1. LES CONTENUS D'APPRENTISSAGE
2. LES PROCESSUS D'APPRENTISSAGE
3. LES PRODUCTIONS
4. LA STRUCTURATION DU TRAVAIL EN CLASSE

L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

[SOURCE : HTTP://FORMAPEX.COM/LES-PRINCIPES-DE-BASE]

- EVITER L'IMPLICITE QUI PEUT CRÉER DU FLOU, DE L'IMPRÉCISION, GÉNÉRER DE L'INCOMPRÉHENSION.
- MISE EN PLACE D'UN ENSEMBLE DE MESURES DE SOUTIEN OU D'ÉTAYAGE AIDANT LES ÉLÈVES DANS LEUR PROCESSUS D'APPRENTISSAGE : ACTIONS DE DIRE, DE MONTRER, DE GUIDER LES ÉLÈVES DANS LEUR APPRENTISSAGE.
- POUR ÉVITER DE SURCHARGER LA MÉMOIRE DE TRAVAIL DES ÉLÈVES, IL EST PRÉFÉRABLE POUR L'ENSEIGNANT DE DÉCOMPOSER LE SAVOIR OU LA COMPÉTENCE À FAIRE ACQUÉRIR EN COMPOSANTES PLUS SIMPLES QUE LES ÉLÈVES APPRENNENT PROGRESSIVEMENT.



L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE

- LE MODELAGE

LE PROFESSEUR EXPLIQUE COMMENT IL PROCÈDE, IL « MET UN HAUT-PARLEUR SUR SA PENSÉE ».

- LA PRATIQUE GUIDÉE

PHASE AU COURS DE LAQUELLE L'ÉLÈVE EXPLICITE SA PENSÉE.
PAR UN JEU DE QUESTIONS-RÉPONSES, L'ENSEIGNANT A L'OCCASION DE VÉRIFIER LA COMPRÉHENSION DES ÉLÈVES

- LA PRATIQUE AUTONOME

L 'ENSEIGNANT PROPOSE DES TÂCHES DE PLUS EN PLUS VARIÉES AUX ÉLÈVES POUR ÉVALUER LEUR CAPACITÉ À TRAVAILLER EN AUTONOMIE. IL AMÈNE LES ÉLÈVES À S'AUTO ÉVALUER ET À PRENDRE CONSCIENCE DE LEURS PROGRÈS.

L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE
[SOURCE : HTTPS://WWW.SCIENCESHUMAINES.COM/QU-EST-CE-QU-UN-BON-PROF_FR_14908.HTML]

NE PAS CONFONDRE ENSEIGNEMENT TRADITIONNEL ET ENSEIGNEMENT EXPLICITE :

L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE PORTE PRINCIPALEMENT SUR LA COMPRÉHENSION ET LE MAINTIEN EN MÉMOIRE DU CONTENU.

SE LIVRER AU RAPPEL DES CONNAISSANCES ANTÉRIEURES, ÉNONCER SES BUTS DE MANIÈRE CLAIRE, S'ADONNER LONGUEMENT À LA PRATIQUE GUIDÉE SONT LES CLÉS FONDAMENTALES D'UNE PÉDAGOGIE EFFICACE

LA DIFFÉRENCIATION POURQUOI PAS EN DÉMONSTRATION

QUELQUES PISTES POUR DIFFÉRENCIER (DÉMONSTRATIONS)

- PROPOSER DES DÉMONSTRATIONS DIFFÉRENTES
- PROPOSER PLUSIEURS NIVEAUX DE DÉTAILS D'UNE DÉMONSTRATION
- COMMENCER UNE DÉMONSTRATION AVEC UN EXEMPLE GÉNÉRIQUE
- APPROFONDISSEMENT POUR CERTAINS ÉLÈVES

[SOURCE : DOCUMENT *EDUSCOL* POUR LA SECONDE ET LA PREMIÈRE]

EXEMPLE 1 DE DÉMONSTRATION DIFFÉRENCIÉE

PROPRIÉTÉ À DÉMONTRER :

ON MUNIT L'ESPACE D'UN REPÈRE ORTHONORMAL.

SOIT $\vec{n}$ UN VECTEUR NON NUL DE COORDONNÉES (a, b, c) ET A UN POINT DE COORDONNÉES (x_A, y_A, z_A).

LE PLAN P PASSANT PAR A ET NORMAL À $\vec{n}$ EST L'ENSEMBLE DES POINTS $M(x, y, z)$ TELS QUE $ax + by + cz + d = 0$ OÙ $d = -ax_A - by_A - cz_A$.

L'ÉQUATION $ax + by + cz + d = 0$ EST APPELÉE ÉQUATION CARTÉSIENNE DU PLAN

OBSTACLES POSSIBLES POUR LES ÉLÈVES :

- LA PRÉSENCE D'UNE MULTITUDE DE LETTRES $a, b, c, d, x, y, z, M, P$ AYANT UN RÔLE DIFFÉRENT DANS L'ÉNONCÉ DE LA PROPRIÉTÉ
- LES DIFFÉRENTES FORMES DE LA DÉFINITION D'UN ENSEMBLE À UTILISER.
- LES PRÉREQUIS À BIEN AVOIR INTÉGRÉ, NOTAMMENT LA PROPRIÉTÉ CARACTÉRISTIQUE D'UN PLAN AVEC LA DONNÉE D'UN VECTEUR NORMAL.

-> PISTES POUR LA DIFFÉRENCIATION

PROPOSITION D'UN SCÉNARIO

A. ACTIVITÉ POUR RÉACTIVER LES CONNAISSANCES NÉCESSAIRES.

B. ÉNONCÉ DE LA PROPRIÉTÉ À DÉMONTRER

C. AXE POSSIBLE POUR DIFFÉRENCIER : COMMENCER UNE DÉMONSTRATION AVEC UN EXEMPLE GÉNÉRIQUE

MISE EN ŒUVRE : 2 OPTIONS

- SUIVANT LES ÉLÈVES, DONNER À DÉMONTRER LE CAS GÉNÉRAL OU UN CAS PARTICULIER
- DONNER À TOUS À DÉMONTRER LE CAS GÉNÉRAL EN PRÉVOYANT UN ÉTAYAGE (EXEMPLE GÉNÉRIQUE)

D. PROLONGEMENT POSSIBLE (AUTRE DÉMONSTRATION OU QUESTION OUVERTE)

<u>EXEMPLE D'ACTIVITÉ DE RÉACTIVATION POUR TOUS LES ÉLÈVES</u>

SOIT P LE PLAN PASSANT PAR LE POINT $A(3\ ;-1\ ;4)$ ET DE VECTEUR NORMAL $\vec{n}\,(5\ ,1,-3)$.

1. A) APPARTENANCE DES POINTS $B\ (0\ ;5\ ;1)$ ET $C\ (1\ ;-1\ ;-1)$ AU PLAN P ?

   B) DÉTERMINER z, S'IL EXISTE, TEL QUE LE POINT $D(1\ ,2\ ,z)$ APPARTIENNE À P

AIDE : SCHÉMATISATION DE LA SITUATION SUR LE CAHIER

2. ON CONSIDÈRE L'ENSEMBLE Q DES POINTS $M(x\ ;y\ ;z)$ TELS QUE $5x+y-3z-2=0$.

   A) LE POINT E (2 ; 2 ; 2) APPARTIENT-IL À Q ?

   B) LE POINT B (0 ; 5 ; 1) APPARTIENT-IL À Q ?

C. PISTES DE DIFFÉRENCIATION

<u>TRAVAIL DEMANDÉ AUX ÉLÈVES :</u>

VERSION 1 : DÉMONSTRATION DE LA PROPRIÉTÉ DANS LE CAS GÉNÉRAL, EN S'INSPIRANT DE L'ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE.

VERSION 2 : DÉMONSTRATION SUR UN CAS PARTICULIER EN S'INSPIRANT DE L'ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE :

a) DÉTERMINATION D'UNE ÉQUATION CARTÉSIENNE DU PLAN PASSANT PAR A (1,2,3). ET NORMAL À

$\vec{n}$ (4,5,6).

B) REPÉRER OÙ INTERVIENNENT DANS LES CALCULS LES NOMBRES 4,5,6 ET 1,2,3. GÉNÉRALISATION POUR $\vec{n}(a, b, c)$ ET EN GARDANT A(1,2,3) PUIS ÉVENTUELLEMENT GÉNÉRALISATION POUR $\vec{n}$ ET A.

<u>MISE EN COMMUN</u> POUR UNE CORRECTION POUR TOUS DE L'EXEMPLE PUIS GÉNÉRALISATION.

C. POURQUOI PAS SOUS FORME D'UN PLAN DE TRAVAIL

<u>TRAVAIL DE L'ÉLÈVE</u> : DÉMONSTRATION DANS LE CAS GÉNÉRAL

SI DIFFICULTÉ POUR DÉMARRER MAIS COMPRÉHENSION DU CARACTÈRE GÉNÉRIQUE :

-> AIDE 1 : DEMANDER DE TRADUIRE LA PROPRIÉTÉ SOUS FORME D'ÉQUIVALENCE DANS LE CAS GÉNÉRAL

SI DIFFICULTÉ AVEC LE CARACTÈRE GÉNÉRIQUE

-> AIDE 2 : FAIRE TRADUIRE LA PROPRIÉTÉ SUR UN EXEMPLE. QUE PEUT-ON REMPLACER PAR DES NOMBRES TOUT EN PERMETTANT DE VOIR L'ESPRIT DE LA DÉMONSTRATION ? CHOISIR AINSI UN EXEMPLE ET TRADUIRE LA PROPRIÉTÉ.

SI DIFFICULTÉ POUR TRADUIRE LA PROPRIÉTÉ DANS LE CAS PARTICULIER

-> AIDE 3 : TRADUCTION DE LA PROPRIÉTÉ (CAS PARTICULIER) : DANS UN RON DE L'ESPACE, P EST L'ENSEMBLE DES POINTS M(x, y, z) TELS QUE $2x + 3y + 4z + 5 = 0$.

D. EXEMPLES DE PROLONGEMENT : POUR ALLER PLUS LOIN

PROLONGEMENT 1 : QUE SE PASSE-T-IL SI ON CHANGE DE POINT APPARTENANT À P ? SI ON CHANGE DE VECTEUR NORMAL ?

PROLONGEMENT 2 : SI ON SE DONNE UN ENSEMBLE E D'ÉQUATION $ax + by + cz + d = 0$, AVEC (a, b, c) NON NUL, EST-ON CERTAIN D'AVOIR UN PLAN ?

EXEMPLE 2 DE DÉMONSTRATION DIFFÉRENCIÉE

QUEL SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE PEUT ÊTRE ENVISAGÉ POUR ACCOMPAGNER LES ÉLÈVES À DÉMONTRER LA RELATION :

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$

DOCUMENT PROPOSÉ : UNE DÉMONSTRATION DE LA PROPRIÉTÉ

EXEMPLE 2 DE DÉMONSTRATION DIFFÉRENCIÉE

SCÉNARIO : DÉMONSTRATION EN PLUSIEURS NIVEAUX DE DÉTAILS

EN ATELIER : A PARTIR DE LA DÉMONSTRATION PROPOSÉE :

- REPÉRER LES OBSTACLES POTENTIELS
- PROLONGEMENT : PROPOSER UNE DIFFÉRENCIATION POUVANT ÊTRE MISE EN ŒUVRE SUR CETTE DÉMONSTRATION

EXEMPLE 2 DE DÉMONSTRATION DIFFÉRENCIÉE

Une démonstration possible

Soit n un entier et E un ensemble à n éléments et $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E.
$Card(E) = n$. Il existe donc une bijection entre E et $[\![1;n]\!]$, ce qui permet de numéroter les éléments de E

$$E = \{e_1 ; e_2 ; \ldots ; e_n\}$$

En regroupant les parties de E de cardinal fixé, d'après la définition de $\binom{n}{k}$ on obtient que

$$Card\left(P(E)\right) = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k}$$

A toute partie F de E, on associe le n-uplet (f_k) de $\{0 ; 1\}^n$ défini de la façon suivante :

$$\forall k \in [\![1 ; n]\!],\ f_k = 1 \text{ si } e_k \in F \text{ et } 0 \text{ sinon}$$

Autrement dit on décrit F en testant l'appartenance des éléments de E à F.
L'application ainsi définie est une bijection de $\mathcal{P}(\mathrm{E})$ dans $\{0 ; 1\}^n$.

On a donc $Card\left(\mathcal{P}(E)\right) = Card\left(\{0 ; 1\}^n\right)$
Or $Card\left(\{0 ; 1\}^n\right) = 2^n$ d'après le « principe multiplicatif ».

Conclusion

$$\sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} = 2^n$$

Remarques :

- *Une démonstration analogue peut être établie avec un alphabet à deux éléments*
- *Ils existent d'autres démonstrations ; le programme stipule de démontrer cette relation par dénombrement*

Objectifs de formation

→ Mobiliser la définition des coefficients binomiaux
→ Mettre en place et exploiter la bijection entre $\mathcal{P}(E)$ et $\{0 ; 1\}^n$
→ Utiliser les principes additifs et multiplicatifs

Prérequis

- Les notions de parties (ou de sous-ensembles), de n-listes ;
- Le symbole $\sum$;
- Principes additifs et multiplicatifs

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Les points clés de la démonstration :

- Partie 1 : justifier que $\sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k}$ correspond au nombre total de partie

  → Le principe additif (les ensembles sont disjoints)

- Partie 2 : dénombrement des parties d'un ensemble fini

  → Changement de point de vue

  → Principe multiplicatif

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Obstacles possibles pour les élèves :

→ La notion de variable

→ Le changement de point de vue

→ La notion de n-liste

→ La notion de produit cartésien

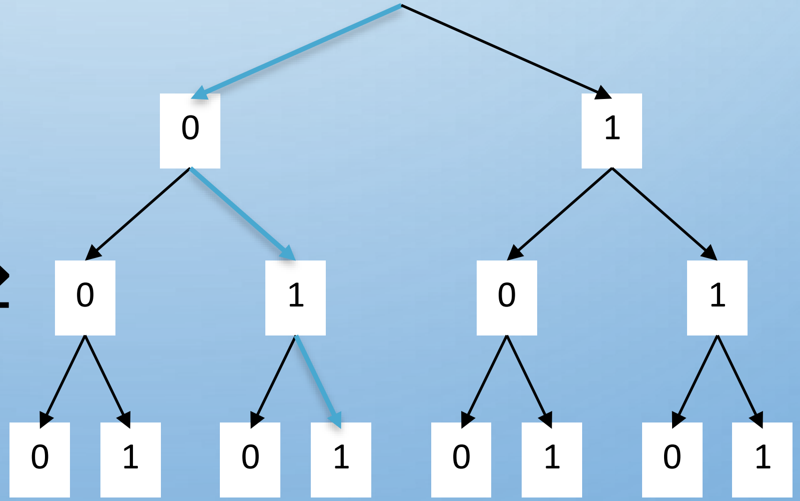
SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Quelques éléments de synthèse avec les élèves

<u>*Explicitation du changement de registre*</u>

$$\mathcal{P}(E) \rightleftarrows \{0\,;1\}^n \rightleftarrows \text{Arbre}$$

$\{e_2\,; e_3\} \rightleftarrows (0\,;1;1) \rightleftarrows$



SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Points de vigilance pour l'enseignant :

→ Abstraction accrue (les parties sont considérées comme des éléments)

→ Notion implicite de cardinal

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Scénario de différenciation proposé : par « niveaux de détails »

- **Niveau 1** : dégager des idées clés sur des exemples
- **Niveau 2** : justification de points clés à l'aide d'exemples génériques
- **Niveau 3** : preuve dans le cas général

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Exercice Niveau 1

<u>Sans calculatrice.</u>

<u>Objectifs pour l'enseignant :</u>

Faire manipuler ; Travailler autour du sens de $\binom{n}{k}$

On considère l'ensemble $E = \{e_1 \,; e_2 \,; e_3\}$.

1. Lister toutes les parties de E.
2. Combien vaut $\binom{3}{0}$, $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$ et $\binom{3}{3}$?
3. La relation $\sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} = 2^n$ est-elle, dans ce cas, vérifiée ?
4. Reprendre l'exercice dans le cas d'un ensemble à 4 éléments.

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

EXERCICE NIVEAU 2 (VERSION 1)

- ***OBJECTIF*** *: EXPLICITER LE CHANGEMENT DE POINT DE VUE ET DE REPRÉSENTATION*

Enoncé

Partie 1

1. On considère un ensemble à trois éléments. $E = \{e_1 ; e_2 ; e_3\}$.
   - ***a.*** Interpréter $\binom{3}{1} + \binom{3}{2}$ pour cet ensemble E.
   - ***b.*** A quoi correspond $\sum_{k=0}^{3} \binom{3}{k}$ pour cet ensemble E ?
2. Cas général : à quoi correspond $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$ pour un ensemble à n éléments ?

Partie 2

On considère l'ensemble suivant à 3 éléments :

$$E = \{e_1 ; e_2 ; e_3\}$$

Soit F une partie de E. Pour la décrire, on utilise un triplet composé de 0 et de 1 que l'on complète de la façon suivante :

- si e_1 appartient à F, on indique 1 en première position du triplet ; sinon, on indique 0
- si e_2 appartient à F, on indique 1 en deuxième position du triplet ; sinon, on indique 0
- ainsi de suite ...

1. A quel triplet correspond la partie $\{e_1 ; e_3\}$? A quelle partie de E correspond le triplet suivant : $(0 ; 1 ; 1)$?
2. Combien de triplets peut-on réaliser avec des 0 et des 1 ?
3. A quoi correspond ce nombre pour l'ensemble E ?
4. Conclure.

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

EXERCICE NIVEAU 2 (VERSION 2)

Partie 1

1. On considère un ensemble à trois éléments. $E = \{e_1\,;e_2\,;e_3\}$.

a. Interpréter $\binom{3}{1} + \binom{3}{2}$ pour cet ensemble E.

b. A quoi correspond $\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}$ pour cet ensemble E ?

2. Cas général : à quoi correspond $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$ pour un ensemble à n éléments ?

Partie 2

1. On considère l'ensemble suivant à 3 éléments :

$$E = \{e_1\,;e_2\,;e_3\}$$

Soit F une partie de E. Pour la décrire, on utilise un triplet composé de 0 et de 1 que l'on complète de la façon suivante :

- si e_1 appartient à F, on indique 1 en première position du triplet ; sinon, on indique 0
- si e_2 appartient à F, on indique 1 en deuxième position du triplet ; sinon, on indique 0
- ainsi de suite …

a. A quel triplet correspond la partie $\{e_1\,;e_3\}$? A quelle partie de E correspond le triplet suivant : $(0\,;1\,;1)$?

b. Représenter l'ensemble des triplets à l'aide d'un arbre.

c. Interpréter le coefficient $\binom{3}{2}$ dans le cas de l'arbre ?

d. Interpréter, dans le cas de l'arbre, $\sum_{\mathrm{k}=0}^{3}\binom{3}{\mathrm{k}}$

e. Conclure dans le cas $n = 3$.

2. Qu'en est-il dans le cas $n = 4$?

3. Exprimer $\sum_{k=0}^{3}\binom{3}{k}$ en fonction de $\sum_{k=0}^{4}\binom{3}{k}$.

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

EXERCICE NIVEAU 3

Partie 1

On considère un ensemble E à n éléments. Pour cet ensemble E :

1. Que représente $\binom{n}{3} + \binom{n}{4}$?
2. A quoi correspond $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$?

Partie 2

- **Version 1 : reprise de l'exercice 2 par dénombrement des n-uplets dans le cas général**
- **Version 2 : reprise de l'exercice 2 par récurrence dans le cas général**

SYNTHÈSE DE L'ATELIER

Intérêts de cette démonstration :

- Stratégie mise en œuvre pour démontrer une égalité : pour montrer que $a = b$, on peut montrer que $a = c$ et $c = b$.
- Le changement de point de vue et de représentation

Commentaires :

Les exercices proposés ne rendent pas explicite la stratégie de démonstration utilisée reposant sur la transitivité de la relation d'égalité ; il peut être intéressant de la révéler en synthèse ; c'est d'ailleurs une stratégie régulièrement utilisée (par exemple en calcul littéral …)

Le changement de point de vue et de représentation permet de conduire à une nouvelle interprétation des coefficients binomiaux (le nombre de branche dans l'arbre qui correspondent à …, le nombre de listes qui contiennent …). Cette autre interprétation peut être exploitée dans des exercices du type planche de Galton, marche aléatoire …

L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE AU SERVICE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

OBJECTIFS

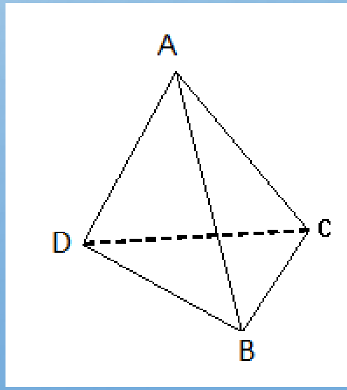
- NOS INTENTIONS
- UN CONSTAT : FAIBLE AUTONOMIE DES ÉLÈVES EN RÉSOLUTION DE PROBLÈMES
- UNE PROPOSITION DE SCENARIO :
  - PRENDRE APPUI SUR L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE : IL S'AGIT D'EXPLICITER, DE RENDRE VISIBLE, DE GUIDER, QU'IL S'AGISSE DES OBJECTIFS DE LA LEÇON OU DES MÉCANISMES COGNITIFS MIS EN ŒUVRE DANS LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.
  - PHASE D'APPRENTISSAGE : NÉCESSITÉ DE CONSACRER DU TEMPS SUR QUELQUES SÉANCES CONSÉCUTIVES À LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME DU TYPE CHOISI
  - L'ÉTAYAGE VISE À PERMETTRE À L'ÉLÈVE D'IDENTIFIER DES TYPOLOGIES DE PROBLÈMES DE METTRE EN ÉVIDENCE LES NOTIONS ET LES COMPÉTENCES MOBILISÉES (MÉTACOGNITION)
  - ÉVALUATION FORMATIVE POUR MESURER LE DEGRÉ D'AUTONOMIE ACQUIS (EX CIBLE),
  - POUR LES ÉLÈVES QUI RESTERAIENT EN DIFFICULTÉ : NÉCESSITÉ DE PROPOSER DES PARCOURS DIFFÉRENCIÉS

UN EXEMPLE DE MISE EN ŒUVRE : THÈME COMBINATOIRE ET DÉNOMBREMENT

L'OBJECTIF EST DE RENDRE LES ÉLÈVES AUTONOMES SUR L'UTILISATION D'UNE REPRÉSENTATION ADAPTÉE À UN PROBLÈME DE DÉNOMBREMENT ET DE DÉVELOPPER LEUR CAPACITÉ À RECONNAÎTRE LES OBJETS À DÉNOMBRER.

EX : UNE FOURMI PARCOURT LES ARÊTES D'UN TÉTRAÈDRE RÉGULIER ABCD EN PARTANT DU SOMMET A. ELLE MET UNE MINUTE POUR PARCOURIR UNE ARÊTE. ARRIVÉE À UN SOMMET, ELLE DISPOSE DE 4 CHOIX ÉQUIPROBABLES : ELLE CHOISIT DE RESTER UNE MINUTE SUR LE SOMMET SUR LEQUEL ELLE SE TROUVE OU ELLE CHOISIT D'EMPRUNTER L'UNE DES TROIS ARÊTES ISSUES DE CE SOMMET POUR REJOINDRE UN AUTRE SOMMET.

- CALCULER LA PROBABILITÉ QUE LA FOURMI NE PASSE JAMAIS PAR LE SOMMET B PENDANT 5 MINUTES.
- CALCULER LA PROBABILITÉ QUE LA FOURMI CHOISISSE EXACTEMENT DEUX FOIS LE SOMMET C PENDANT 5 MINUTES.
- DÉSORMAIS, LA FOURMI NE PEUT PLUS RESTER UNE MINUTE SUR LE SOMMET SUR LEQUEL ELLE SE TROUVE. DÈS QU'ELLE ARRIVE SUR UN SOMMET, ELLE CHOISIT DE FAÇON ÉQUIPROBABLE L'UNE DES TROIS ARÊTES ISSUES DE CE SOMMET POUR REJOINDRE UN AUTRE SOMMET.
- CALCULER LA PROBABILITÉ QUE LA FOURMI SOIT PASSÉE PAR LES 4 SOMMETS DU TÉTRAÈDRE AU BOUT DE 3 MINUTES.



RÔLE DE CHAQUE EXERCICE

EX 1 : CODE DE CARTE BANCAIRE ET DIGICODE : UN EXERCICE TECHNIQUE PRÉALABLE

EX 2 : DÉPLACEMENT LE LONG D'UN QUADRILLAGE OBLIQUE : SÉANCE 1, PREMIER PROBLÈME POUR LA PHASE DE MODELAGE

→*TRAVAIL À RÉALISER : PRÉCISER LA MISE EN ŒUVRE ET IDENTIFIER LES ÉLÉMENTS À EXPLICITER (NOTIONS, COMPÉTENCES, STRATÉGIES…) AUX ÉLÈVES*

EX 3 : EXERCICE DONNÉ D'UN COURS AU COURS SUIVANT : ENTRAINEMENT (PROBLÈME SIMILAIRE)

EX 4 : PIXELS : SECOND PROBLÈME ABORDÉ EN SÉANCE 2 (PHASE DE MODELAGE)

→ *ELÉMENTS À EXPLICITER ?*

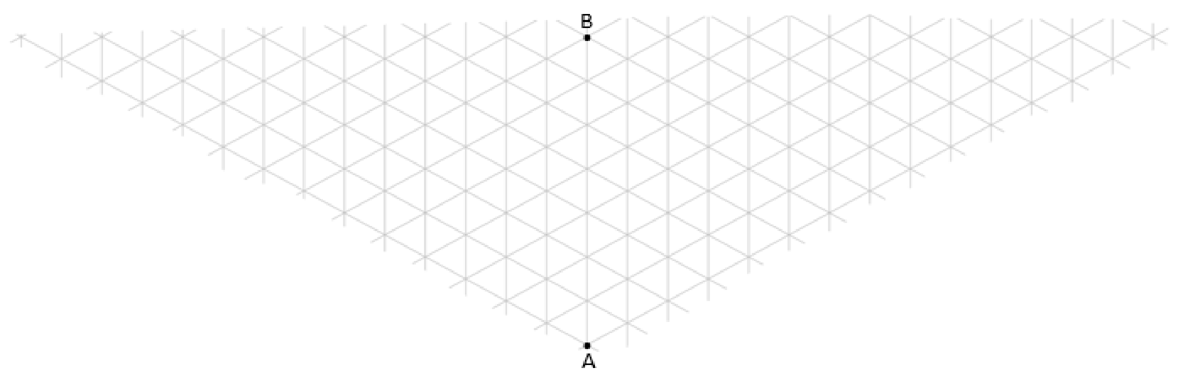
EX 5 : PEUT-ÊTRE PROPOSÉ POUR LA FOIS SUIVANTE OU EN DM…

EX 6 : 3E PROBLÈME TRAVAILLÉ EN SÉANCE 3 → ÉLÉMENTS À EXPLICITER ?

EX 7 : EX CIBLE, PRATIQUE AUTONOME, ÉVALUATION FORMATIVE (ADAPTATION DE L'ENSEIGNEMENT)

MERCI DE VOTRE ATTENTION

EX 2 : DÉPLACEMENT



MISE EN ŒUVRE ET EXPLICITATION :

- UN TEMPS (COURT) DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

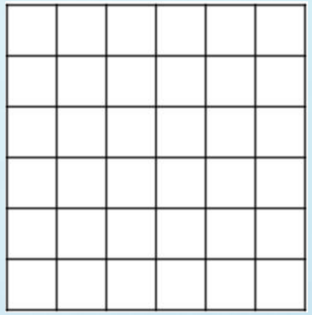
\- POUR L'ÉLÈVE : PHASE D'APPROPRIATION ET DE RÉFLEXION
\- POUR L'ENSEIGNANT : PRISE D'INFORMATIONS SUR LES PRODUCTIONS DES ÉLÈVES

- MISE EN COMMUN : CHERCHER : SCHÉMA POUR APPRÉHENDER LA SITUATION (QUELQUES CHEMINS POSSIBLES…).
  RAISONNER : SITUATION D'ÉQUIPROBABILITÉ DONC FORMULE CAS FAVORABLES/CAS TOTAL DONC NÉCESSITÉ DE DÉNOMBRER.
  IDENTIFICATION DES ÉTAPES DU RAISONNEMENT 1) DÉNOMBRER LE NOMBRE TOTAL DE CHEMIN 2) LES CHEMINS QUI CONDUISENT À B EN 14 ÉTAPES 3) CALCUL DE LA PROBABILITÉ.

- RELANCE DU TRAVAIL INDIVIDUEL OU POURSUITE EN COLLECTIF :
  DÉNOMBRER NÉCESSITE D'UTILISER UNE REPRÉSENTATION ADAPTÉE DES OBJETS : LISTE OU 14-UPLETS OU MOT DE 14 LETTRES D OU G OU ARBRE

ON OBTIENT 1) 2^{14} 2) $\binom{14}{7}$ CAR AUTANT DE PAS À GAUCHE QU'À DROITE. 3) QUOTIENT

EX 4 : PIXELS

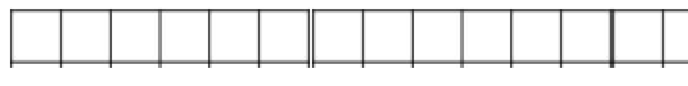


MISE EN ŒUVRE ET EXPLICITATION :

- UN TEMPS DE RECHERCHE INDIVIDUELLE

- POUR L'ÉLÈVE : PHASE D'APPROPRIATION ET DE RÉFLEXION
- POUR L'ENSEIGNANT : PRISE D'INFORMATIONS SUR LES PRODUCTIONS DES ÉLÈVES

- MISE EN COMMUN : NÉCESSITÉ DE DÉNOMBRER LE NOMBRE D'IMAGES AVEC EXACTEMENT 10 PIXELS ROUGES. LE PROBLÈME EST UN PROBLÈME DE DÉNOMBREMENT COMME EN SÉANCE 1.
- REPRÉSENTER : IL S'AGIT D'UTILISER UNE REPRÉSENTATION ADAPTÉE DE LA SITUATION
- RELANCE DU TRAVAIL INDIVIDUEL POUR ÉVALUER LA CAPACITÉ DES ÉLÈVES SUR CETTE COMPÉTENCE. ON PEUT ENVISAGER UN ARBRE OU UNE LISTE OU UN 36-UPLETS OU UN MOT DE 36 LETTRES



IL S'AGIT DE COMPTER LE NOMBRE DE FAÇONS DE PLACER LES 10 PIXELS ROUGE SOIT LE NOMBRE DE PARTIES À 10 ÉLÉMENTS DANS UN ENSEMBLE À 36 ÉLÉMENTS SOIT 10 PARMI 36.
PUIS MULTIPLICATION PAR 2^{26} (« CALCULER »)

EX 6 : JURÉS AMÉRICAINS

MISE EN ŒUVRE ET EXPLICITATION :

- LA COMPÉTENCE MODÉLISER EST PARTICULIÈREMENT MISE EN VALEUR : ON CONSIDÈRE UNE URNE CONTENANT 18 BOULES : LES BOULES 1, 2, 3 ET 4 SONT NOIRES ET LES BOULES 5 À 18 SONT BLANCHES. ON PRÉLÈVE AU HASARD ET SANS REMISE, 7 BOULES.
  EVALUATION DE LA PROBABILITÉ DE L'ÉVÈNEMENT E : « PARMI LES 7 BOULES PRÉLEVÉES FIGURENT LES BOULES 1 À 4 »
- RAISONNER : 1) QUEL EST LE NOMBRE DE FAÇONS DE PRÉLEVER 7 BOULES PARMI LES 18 ? 2) QUEL EST LE NOMBRE DE LISTES DE 7 BOULES OÙ FIGURENT LES BOULES 1 À 4 ? 3) CONCLURE.
- REPRÉSENTER : UNE PARTIE À 7 ÉLÉMENTS PRIS DANS UN ENSEMBLE DE 18 ÉLÉMENTS.
- 1) $\binom{18}{7}$ =31824 2) $\binom{14}{3} = 364$ 3) 364/31824 ≈ 0,0114