Énig'm@tiques

ACADÉMIE
DE GRENOBLE
Liberté
Égalité
Fraternité

SEMAINE DES MATHEMATIQUES 2024

Quatrième & Troisième

Corrigés

Énigme 1

Histoire d'O…ssards

On remarque que 16 + 37 + 82 + 18 + 15 = 168 et 168 est un multiple de 7 car 168 = 7 * 24.

Pour respecter la contrainte « La somme de tous les nombres est divisible par le nombre de dossards », la somme des deux dossards manquants est nécessairement un multiple de 7.

On cherche donc deux nombres premiers dont l'écriture contient deux chiffres et dont la somme est un multiple de 7.

Il s'agit donc d'examiner la somme de deux termes de l'ensemble suivant :

{11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ~~37~~, …}

La solution est : 11 et 17.

Énigme 2

Sur les lignes de départ !

Il existe une unique solution. Pour prouver ce résultat, on va écrire chaque nombre comme le produit de nombres premiers :

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

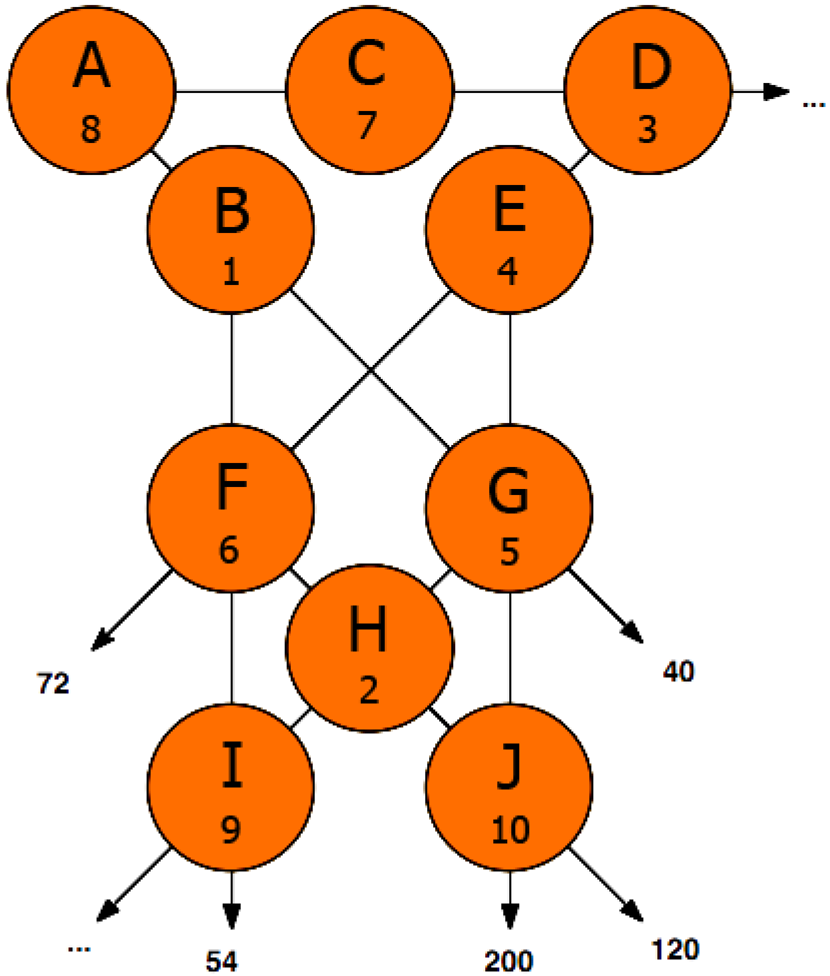
$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 5$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$

$200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^3 \times 5^2$

1. On constate que 7 n'apparait dans aucun des produits ci-dessus donc 7 est nécessairement dans la case C.
2. Le nombre 9 ne peut pas être dans la ligne de 120, 40 et 200. Donc il peut être soit dans la case D ou dans la case I.
   Si le nombre 9 est dans la case D, alors il serait impossible d'obtenir 54 qui comporte trois fois le facteur 3 dans sa décomposition en facteurs premiers.
3. 200 comporte deux fois le facteur 5 dans sa décomposition en facteurs premiers donc dans le ligne de 200, il y a nécessairement 5 et 10. 72 n'étant pas divisible par 5, 5 et 10 ne peuvent pas être dans la case E. $200 = 5 \times 10 \times 4$ donc le nombre 4 est nécessairement dans la case E.
4. Le 4 n'étant plus disponible, le nombre 10 ne peut pas se situer sur la ligne du 40 car $4 \times 10 = 40$.
   Donc le nombre 10 est dans la case J.

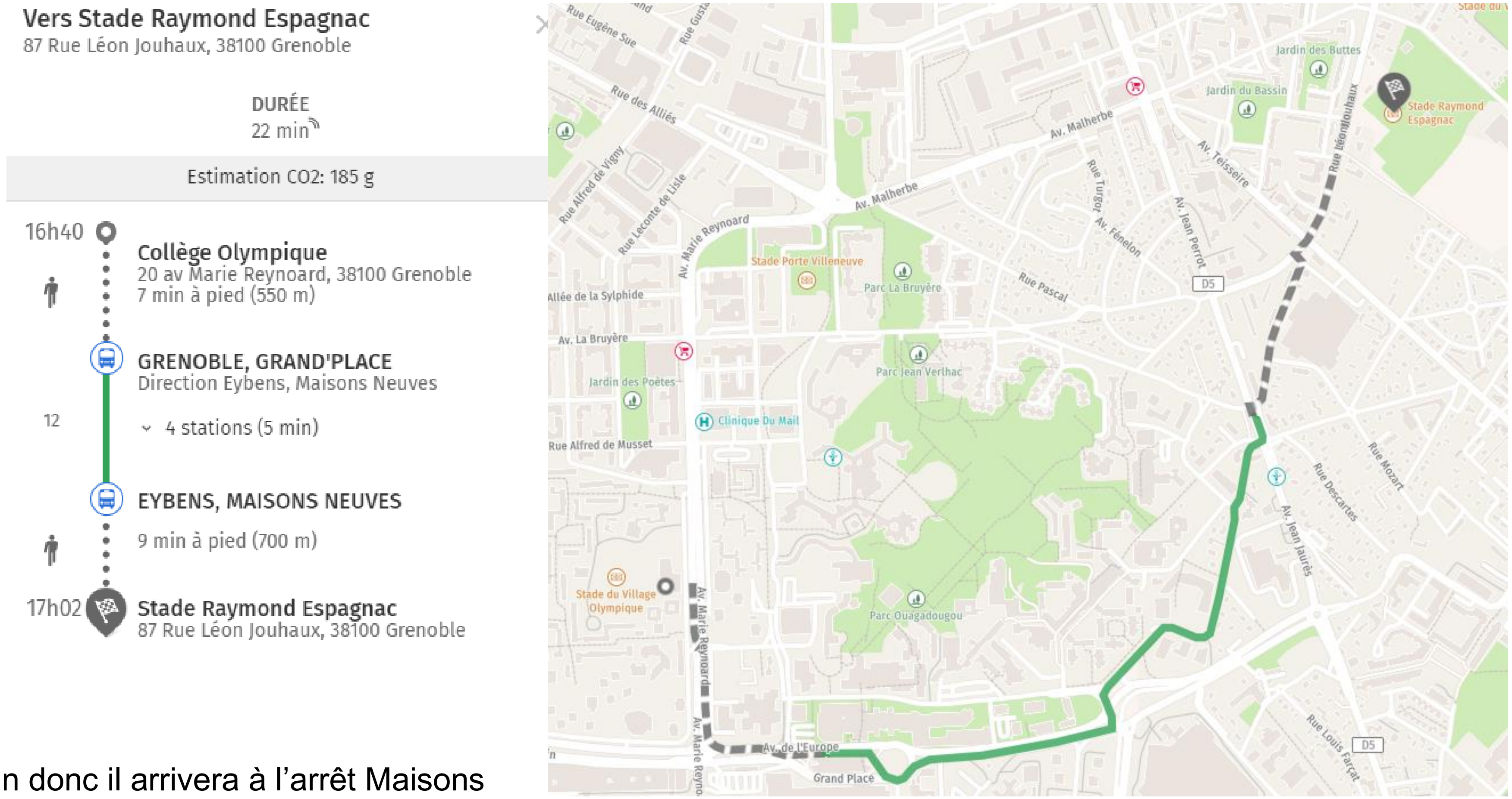


L'emplacement des autres nombres se trouve alors par un calcul.

Énigme 3

Echauffement

Il marche à 4km/h
4000 m → 60 min
550 m → ?
? = 550 x 60 / 4000 = 8,25 min
Il sort à 16h30 donc il arrivera à l'arrêt de bus à 16h 38min 15s.



Le bus 12 commence à circuler à 06h06 à une fréquence d'un bus toutes les 15 min donc il passe toutes les heures à :
xx h 06 , xx h 21, xx h 36 et xx h 51
Il prendra donc le bus de 16h51.

Le trajet en bus dure 5 min donc il arrivera à l'arrêt Maisons Neuves à Eybens à 16h56.

Il marche à 4km/h.
4000 m → 60 min
700 m → ?
? = 700 x 60 / 4000 = 10,5 min
Il arrivera donc au stade à 17h 06min 30s : **il pourra donc participer à la compétition !**

Énigme 4

A vos marques...

Longueur de la ligne rouge : $\pi \times 31{,}83 + 100 \approx 200$ m

Longueur de la ligne verte : $\pi \times (31{,}83 + 7 \times 1{,}22) + 100 \approx 227$ m

Durée de la course d'Aline :

t = $\frac{d}{v} \approx \frac{0{,}2}{31} \approx 0{,}00645$ h soit environ $0{,}00645 \times 3600 = 23{,}22$ s

Durée de la course de Gaston :

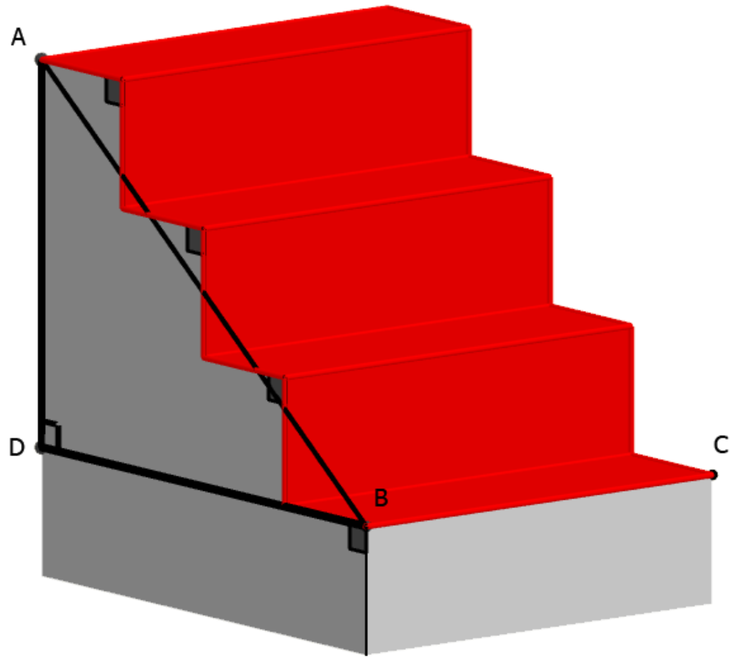
t = $\frac{d}{v} \approx \frac{0{,}227}{33} \approx 0{,}00688$ h soit environ $0{,}00688 \times 3600 = 24{,}768$ s

C'est Aline qui a gagné la course car $23{,}22 < 24{,}768$.

Énigme 5

Podium

Nommons *a* la profondeur et hauteur d'une marche.



$BD = 4a$

$AD = 3a$

Dans le triangle ABD rectangle en D, d'après le théorème de Pythagore :

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 = 9a^2 + 16a^2$

$AB^2 = 25a^2$

$AB = 5a$

Comme $AB = 1,5$

$5a = 1,5$

$a = 0,3$ m

La longueur du tapis est donc : $7 \times 0,3 = 2,1$ m

Le tapissier n'aura donc pas assez de tapis pour recouvrir les marches.

Enigme 6

Echecs et maths

1. <u>Calcul de CD :</u>

Dans le triangle CDE rectangle en E, le théorème de Pythagore dit que :

$CD^2 = CE^2 + ED^2$

$CD^2 = 8^2 + 15^2$

$CD^2 = 64 + 225$

$CD^2 = 289$

$CD = \sqrt{289}$

$CD = 17$

[CD] mesure 17 mètres.

2. <u>Calcul de AD :</u>

L'aire de ADFG vaut $4 \times (GF + AD) \div 2$, c'est-à-dire : $2 \times (7,6 + AD)$.

Ainsi $2 \times (7,6 + AD) = 56$: on résout l'équation.

$2 \times 7,6 + 2 \times AD = 56$

$15,2 + 2 \times AD = 56$

$2 \times AD = 56 - 15,2$

$2 \times AD = 40,8$

$AD = 40,8 \div 2$

$AD = 20,4$

[AD] mesure 20,4 mètres.

3. <u>Calcul de la taille de chaque zone de jeu :</u>

Appelons x la longueur, en décimètres, du côté de chaque zone de jeu carrée.

x doit être un diviseur de 170 et 204 afin que l'aire de ABCD soit recouverte par des carrés de même taille.

$170 = 2 \times 5 \times 17$

$204 = 2^2 \times 3 \times 17$

Les diviseurs communs à 170 et 204 sont : 1, 2 et 17.

Les tailles de 1 dm (10 cm) et 2 dm (20 cm) n'étant pas acceptables, seule la dimension de 17 dm (1,7 m) semble convenable.

4. <u>Calcul du nombre de joueurs :</u>

$170 \div 17 = 10$ et $204 \div 17 = 12$: il y aura 10×12 zones de jeu, soit 120 zones, pour $2 \times 120 = 240$ joueurs.

5. <u>Vérification :</u>

La superficie de la zone rectangulaire est de $17 \times 20,4 = 346,8$ m².

La densité des joueurs sera de $240 \div 346,8 < 1$ donc **le tournoi pourra bien se tenir avec 240 joueurs qui s'affronteront !**