

RALLYE SCIENCES

Maths 3

Des codes, comme s'il en pleuvait !

Classe : **Maths 3**
Établissement :
Commune :
Département :
Nombre de pages pour ce sujet : ..
Étiquette à reproduire sur chaque sujet

Critères : Raisonnement / Expérimentation / Créativité / Communication

Production attendue : Toutes les réponses attendues pour cet exercice seront présentées sur une ou plusieurs feuilles de format A4.

Les paiements se font souvent à l'aide d'une carte bancaire, elle est composée d'une piste, d'une puce et nécessite une authentification par code secret et/ou signature ...

Nous nous envoyons aussi chaque jour des milliards de messages codés.

Dans le quotidien, vous êtes amenés à rencontrer le mot « code ». Trouver trois utilisations différentes de ce mot dans des domaines autres que celui des mathématiques.

Partie A

Codage d'un nombre décimal à l'aide d'une écriture dans une base

1) Calculer les nombres suivants :

$$A = 3 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

$$B = 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

On dit de notre système décimal qu'il est un système en base 10.

Donner la définition d'une base en arithmétique et donner les conditions sur la valeur des chiffres utilisés.

Dans la suite, le nombre décimal $34 = 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0$ sera noté sous la forme $34^{(10)}$ pour indiquer qu'il s'agit de son écriture en base 10.

De même, $34^{(6)}$ désignera une écriture en base 6 ; celle du nombre égal à $3 \times 6^1 + 4 \times 6^0$ c'est-à-dire du nombre 22.

2) Quelle est l'écriture du nombre $C = 8 \times 10^2 + 5 \times 10^0$ en base 10 ?

Quelle est l'écriture du nombre $D = 5 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + 2 \times 6^0$ en base 6 ?

Quelle est sa valeur en base 10 ?

3) Comment écrit-on le nombre décimal $38 = 38^{(10)}$ en base 6 ?

4) Donner une application issue de la vie courante de la base 60.

Quelle est la valeur de $23^{(60)}$ en base 10 ? Donnez-en une interprétation concrète.

Calculez $23^{(60)} + 12^{(60)}$ en base 60 sans revenir à l'écriture en base 10.

De même, calculez $25^{(6)} + 41^{(6)}$ en base 6 sans revenir à l'écriture en base 10 (on détaillera la méthode).

5) Retrouvez la base a dans laquelle le nombre $717^{(10)}$ s'écrit $876^{(a)}$ (on donnera toutes les étapes de la recherche).

Partie B

Code binaire

Le code binaire est utilisé en informatique. Il s'agit du code en base 2.

- 1) Faites des recherches sur le code binaire : quel est le principe, pourquoi est-il choisi en informatique et donner des mots clés qui lui sont liés (au moins deux en les expliquant). Explicitez la relation mathématique qui les lie.
- 2) Quelle est la valeur en base 10 du nombre 10011101 ⁽²⁾ ?
- 3) Lister tous les nombres de 3 chiffres écrits en base 2 et donner leur valeur en base 10. On dit que ces nombres codés en binaire ont une taille égale à 3.
- 4) Aujourd'hui la plupart des messages confidentiels civils codés avec une clé secrète utilise l'algorithme DES. Présentez-le.

Partie C

Un autre exemple de code : La clé de contrôle du numéro INSEE

Le numéro INSEE (ou numéro de sécurité sociale) permet d'identifier chaque citoyen français. Il figure sur la carte vitale.



- 1) Recherchez et expliquez comment ce numéro est composé.
- 2) Afin de limiter les erreurs de saisie, on a ajouté à la suite de chaque numéro INSEE une clé de contrôle. Cette clé est un nombre de deux chiffres qui est calculé en utilisant le programme suivant :
 - On effectue la division euclidienne du numéro INSEE (composé de 13 chiffres) par 97.
 - On calcule la différence entre 97 et le reste de cette division, pour obtenir la clé de contrôle.Voici, par exemple, le numéro INSEE d'une personne :

2 77 05 79 191 033

- a) Pouvez-vous en quelques mots nous présenter cette personne ?
- b) Calculez sa clé de contrôle.
- 3) Une méthode simple pour vérifier qu'il n'y a pas d'erreur dans la saisie d'un numéro INSEE (sans refaire le calcul précédent) consiste à :
 - Additionner le numéro INSEE de 13 chiffres avec la clé de contrôle.
 - Effectuer la division euclidienne de cette somme par 97.Combien doit valoir le reste de cette division s'il n'y a pas d'erreur de saisie ?