Diagonales

Partie 1 :

1) 12 carrés à griser (9+4-1)

2) $45 \times 20 = 5 \times 9 \times 5 \times 4$ donc 12×5 carrés grisés

Partie 2 :

1) Voir ci-dessous

2) Pour rejoindre le nœud de quadrillage, on a 3 déplacements vers la droite et 8 déplacements vers le haut. Donc$\alpha = \frac{8}{3}$.

3) Si le chemin débute par 0010 , il passe par un point A du segment [BC] avec B(1;3) et C(2; 3) . La pente de (OA) aura une pente $\frac{3}{2} < \alpha < 3$.

S'il se poursuit par 0000, il va passer par un point E du segment [FG] avec F(1;7) et G(2; 7) et cette partie aura une pente >4. Les points O, A, B ne peuvent pas être alignés.

```
Entrée :
Saisir le réel α > 0
Saisir l'entier k
Traitement :
x ← 0
y ← 0
Pour i allant de 1 à k faire
    Si (y + 1)/(x + 1) > α alors :
        x ← x + 1
        Afficher("1")
    Sinon si (y + 1)/(x + 1) < α alors :
        y ← y + 1
        Afficher("0")
    Sinon :
        x ← x + 1
        y ← y + 1
        Afficher("2")
Fin Pour
```

Partie 3 :

1) Si la droite passait par un point du quadrillage, par exemple (p,q) avec p et q entiers, alors sa pente serait $\alpha = \frac{q}{p}$et donc $\sqrt{2}$serait un rationnel ce qui est absurde.

2) Au premier « 1 », la droite passe entre (p,q) et (p,q+1) et au deuxième « 1 », elle devra passer entre (p+1,q) et (p+1,q+1). La pente de la droite serait <1 et donc $<\sqrt{2}$

3) Au premier « 0 », la droite passe entre (p,q) et (p+1,q) et au troisième « 0 », elle devrait passer entre (p,q+2) et (p+1,q+2). La pente de la droite serait >2 et donc > $\sqrt{2}$

Si on rajoute n « 0 » supplémentaires, elle devra passer entre (p,q+2+n) et (p+1,q+2+n) et la pente sera >2+n ce qui est impossible sur la droite Δ.

4) Le chemin se termine en traversant une ligne verticale et contient 24 « 0 » et 17 « 1 ». Donc la droite passe entre les points (17;24) et (17;25) ce qui fournit l'encadrement $\frac{24}{17} < \alpha < \frac{25}{17}$.

Une valeur approchée à la calculatrice montre que $\frac{24}{17}$ est la plus proche de $\alpha = \sqrt{2}$.