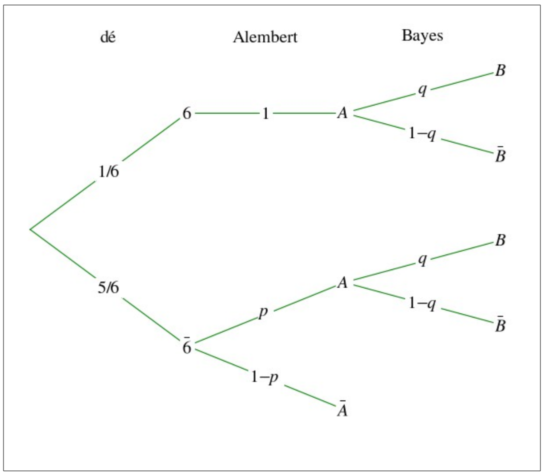
L'art de bien bluffer.

Première partie : une partie sans bluff.

Si le dé indique sur 6, ce qui arrive dans un cas sur six, Alembert gagne 3 euros.
Sinon, dans cinq cas sur six, Alembert perd 1 euro.
En moyenne, il va "gagner" $\frac{1\times 3-5\times 1}{6}=-\frac{1}{3}$ c'est à dire qu'il va perdre 1/3 euros par partie et le jeu est favorable à Bayes.

Deuxième partie : une partie avec bluff.



Dans le cas général, le gain moyen d'Alembert est
$G=\frac{1}{6}[q7+(1-q)3]+\frac{5}{6}[p(q(-5)+(1-q)3)+(1-p)(-1)]$
soit $G=\frac{-20pq+10p+2q-1}{3}$.

1. Alembert gagne en moyenne $G=\frac{1}{9}$.
2. $G=0$ le jeu est équitable.
3. $G=0$ le jeu est équitable.
4. On recalcule $G=\frac{-45pq+20p+5q-2}{6}$

Soit p_0 la stratégie d'Alembert. Quelle va être celle de Bayes ?
Bayes veut minimiser G. Or $G'(q)=\frac{5(1-9p_0)}{6}$.

- $p_0\leqslant\frac{1}{9}$ alors G' est positive donc Bayes a intérêt de choisir $q=0$ ce qui donne $G=\frac{20p_0-2}{6}$. pour maximiser ses chances, Alembert choisit la plus grande valeur de $p_0\leqslant\frac{1}{9}$ soit $p_0=\frac{1}{9}$ ce qui donne $G=\frac{1}{27}$
- $p_0\geqslant\frac{1}{9}$ alors G' est négative donc Bayes a intérêt de choisir $q=1$ et $G=\frac{3-25p_0}{6}$. Pour maximiser ses chances, Alembert choisit la plus petite valeur de $p_0\geqslant\frac{1}{9}$ soit $p_0=\frac{1}{9}$ ce qui donne $G=\frac{1}{27}$.

Finalement, Alembert choisit $p=\frac{1}{9}$ pour un gain en moyenne de $\frac{1}{27}$.