

OLYMPIADES ACADÉMIQUES DE MATHÉMATIQUES

SESSION DE 2005

CLASSE DE PREMIÈRE

DURÉE : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées.

Le sujet comporte 3 pages.

Les quatre exercices sont indépendants.

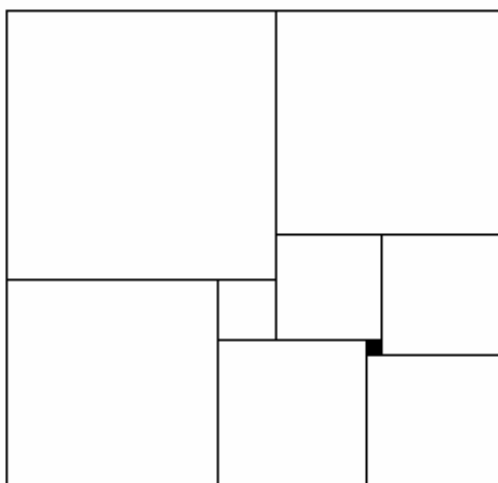
Les exercices 1, 2 et 3 sont à traiter par tous les candidats.

En outre, chaque candidat doit traiter l'exercice 4 correspondant à sa série.

EXERCICE 1

Un pavage

Le rectangle ci-dessous est pavé par 9 carrés. Le carré noir a pour côté une unité.
Quelles sont les dimensions du rectangle ?



EXERCICE 2

Le cycliste

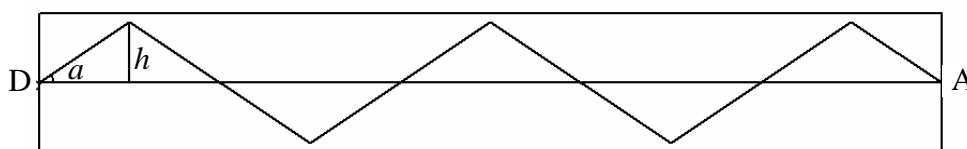
Un cycliste doit, pour arriver à sa maison, gravir un chemin rectiligne de 100 m de long et de 3,48 m de large faisant un angle constant avec l'horizontale.

Trouvant la pente trop difficile il décide en partant du point D au milieu du chemin de zigzaguer en conservant un angle constant a , non nul, avec l'axe du chemin et une amplitude constante pour arriver en A au milieu du chemin.

Sachant qu'il veut monter la côte en parcourant 200 m,

- 1 - quel angle a doit-il prendre au départ ?
- 2 - quelle amplitude maximale $2h$ peut-il adopter ?

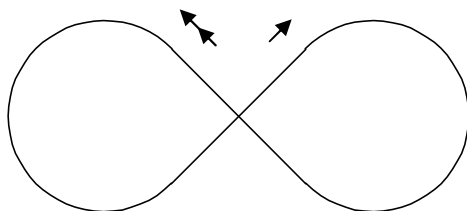
La figure ci-dessous n'est évidemment pas à l'échelle :



EXERCICE 3

Le lièvre et la tortue

La piste du champiodrome a la forme suivante : deux arcs formant les trois quarts d'un cercle, raccordés par les deux diagonales d'un carré, ces deux diagonales se coupant en un carrefour.



Au même instant, une tortue et un lièvre partent du carrefour, empruntant deux diagonales différentes menant à deux arcs de cercle différents (sur le dessin, une flèche pour la tortue, deux flèches pour le lièvre).

Les deux animaux courent à vitesse constante, et la tortue met 363 secondes pour parcourir la distance parcourue par le lièvre en 1 seconde.

Après 2005 rencontres (dépassements sur la piste ou croisements au carrefour) hormis le départ, le lièvre abandonne.

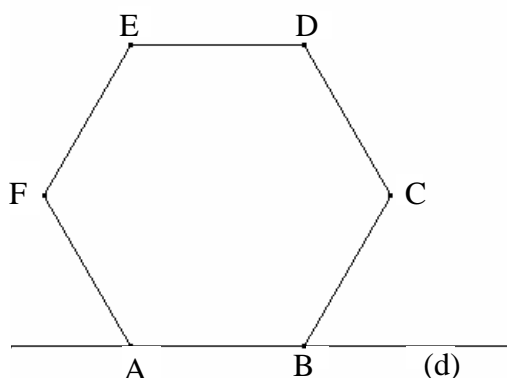
Combien de fois avait-il croisé la tortue au carrefour ?

EXERCICE 4 (réservé aux candidats des séries L, ES et STT)

La roue hexagonale

Soit ABCDEF un hexagone régulier de côté a , tel que A et B appartiennent à la droite (d).
On fait rouler cet hexagone sur la droite (d) toujours dans le même sens.

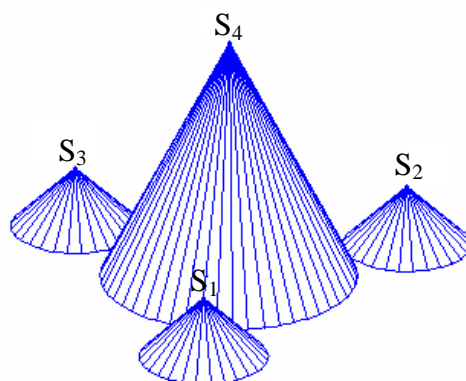
- 1 - Tracer la trajectoire (T) du sommet A jusqu'au moment où A se trouve à nouveau sur (d).
On pourra prendre 2 cm pour longueur du côté de l'hexagone.
- 2 - Exprimer en fonction de a , la distance parcourue par le point A.



EXERCICE 4 (réservé aux candidats des séries S et STI)

Les cônes

Quatre cônes sont posés sur le sol.
Les trois cônes de sommets S_1 , S_2 et S_3 sont identiques, leur hauteur est égale au rayon r de leurs cercles de base et les centres de ces cercles sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté 1.
La hauteur du cône de sommet S_4 est égale au diamètre de son cercle de base et celui-ci est tangent extérieurement aux cercles de base des trois autres cônes.
Les quatre cônes sont opaques.



Quelle condition doit vérifier r pour que, depuis le sommet de chacun des quatre cônes, les trois autres sommets soient visibles ?